

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.3 Folgen von reellen Zahlen

3.2 Beweisen Sie (ohne Benutzung des Satzes 3.10) die Konvergenz der Folge (a_n) mit $12/3/2/1$
 $a_n = \frac{5n+3}{3n+4}$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 3.2 Man zeige: $|a_n - \frac{5}{3}| \rightarrow 0$. $12/3/2/2$

Lösung zu Aufgabe 3.2 Wir zeigen: Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein n_0 , so daß für jedes $12/3/2/3$
 $n \geq n_0$ gilt: $|a_n - \frac{5}{3}| < \varepsilon$.

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig (aber fest); wir bestimmen ein geeignetes n_0 .

Es ist

$$\left| a_n - \frac{5}{3} \right| = \left| \frac{3(5n+3) - 5(3n+4)}{3(3n+4)} \right| = \frac{11}{9n+12} < \frac{2}{n}$$

und für ein hinreichend großes n_0 ist $\frac{2}{n_0} < \varepsilon$.

Somit gilt für alle $n \geq n_0$: $|a_n - \frac{5}{3}| < \frac{2}{n} \leq \frac{2}{n_0} < \varepsilon$.

Folglich ist (a_n) konvergent und zwar gegen $\frac{5}{3}$.