

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.3 Folgen von reellen Zahlen

**3.10** Prüfen Sie, ob die Folgen  $(a_n)$ ,  $n \geq 1$ , beschränkt sind:

12/3/10/1

(a)  $a_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}$  ( $n$  Wurzeln),

(b)  $a_n = \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n + 1}$ ,

(c)  $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{für } n = 2k, \\ \frac{n^2}{n+2} & \text{für } n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}. \end{cases}$

**Lösungshinweis zu Aufgabe 3.10** (a) Induktiv zeigt man:  $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$  und  $0 \leq a_n \leq 2$ . 12/3/10/2

$(a_n)$  ist also nach oben beschränkt.

(b)  $a_n \geq \sqrt{n + 1}$ , und somit ist  $(a_n)$  nach unten, aber nicht nach oben beschränkt.

(c)  $(a_n)$  ist nach unten, aber nicht nach oben beschränkt.