Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.3 Folgen von reellen Zahlen

3.13 Geben Sie für $\varepsilon = \frac{1}{10}$ entsprechend der Definition der Konvergenz von (a_n) ein a und ein geeignetes $n_0 = n_0(\varepsilon)$ an, so daß $|a_n - a| < \varepsilon$ für: **12/3/13/1**

(a) $a_n = \dfrac{n^2+1}{n^2}$, (b) $a_n = \dfrac{2\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}$, (c) $a_n = \dfrac{5n^3-3n^2}{n^3+1}$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 3.13 (a) $a_n \to 1$; $n_0 = 4$. **12/3/13/2**

(b) $a_n \to 2$; $n_0 = 101$.

(c) $a_n \to 5$; $n_0 = 31$.

Lösung zu Aufgabe 3.13 **12/3/13/3**

(a) Wir vermuten: $a_n \to 1$.

Es ist $|a_n - 1| = \left|1 - \frac{1}{n^2} - 1\right| = \frac{1}{n^2} < \varepsilon = \frac{1}{10}$, falls $n_0 = 4$ und $n \geq n_0$.

(b) Wir vermuten: $a_n \to 2$.

Es ist $|a_n - 2| = \left|2 - \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\right| = \dfrac{1}{\sqrt{n}} < \varepsilon = \frac{1}{10}$, falls $n_0 = 101$ und $n \geq n_0$.

(c) Wir vermuten: $a_n \to 5$.

Es ist $|a_n - 5| = \left|\dfrac{5n^3-3n^2}{n^3+1} - 5\right| = \dfrac{3n^2+5}{n^3+1} < \dfrac{3n^2+5}{n^3} = \frac{3}{n} + \frac{5}{n^3} < \varepsilon = \frac{1}{10}$,

falls $n_0 = 31$ und $n \geq n_0$.