# Kapitel 12
# Aufgabensammlung

## 12.3 Folgen von reellen Zahlen

**3.15** Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (falls sie existieren): **12/3/15/1**

(a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{3n+1}$, (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{n^2}$.

**Lösungshinweis zu Aufgabe 3.15** (a) $\lim\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{3n+1} = \mathrm{e}\cdot\sqrt{\mathrm{e}}$. **12/3/15/2**

(b) $\lim\left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{n^2} = \mathrm{e}$.

**Lösung zu Aufgabe 3.15** **12/3/15/3**

(a) Es sei $2n = m$; dann ist

$$a_n = \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{3n+1} = \left(1+\frac{1}{m}\right)^{m\cdot\frac{3}{2}}\cdot\left(1+\frac{1}{m}\right).$$

Wegen $n\to\infty$ gilt auch $m\to\infty$, folglich ist

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{1}{m}\right)^{m\cdot\frac{3}{2}}\cdot\lim\left(1+\frac{1}{m}\right) = \mathrm{e}^{\frac{3}{2}}\cdot 1 = \mathrm{e}\cdot\sqrt{\mathrm{e}}.$$

(b) Es sei $n^2+1 = m$; dann ist

$$a_n = \left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{n^2} = \left(1+\frac{1}{m}\right)^{m-1}.$$

Wegen $n\to\infty$ gilt auch $m\to\infty$; folglich ist

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{1}{m}\right)^{m}\cdot\lim\frac{1}{1+\frac{1}{m}} = \mathrm{e}.$$