

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.3 Folgen von reellen Zahlen

3.17 Zeigen Sie:

12/3/17/1

(a) Die Folge (a_n) mit den induktiv definierten Folgengliedern
$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n - a_{n-1}) \quad \text{für } n \geq 2$$
ist eine Cauchyfolge.

(b) Ist (a_n) induktiv definiert durch
$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1, \quad a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n-2}) \quad \text{für } n \geq 3,$$
dann besitzt die Folge (a_n) den Grenzwert $\frac{2}{3}$.

[Hinweis: $a_n - \frac{2}{3} = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}} \cdot \frac{2}{3}$ für $n \geq 1$.]