Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.2 Man berechne $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}$ und $\sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i}$. **12/4/2/1**

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.2 (a) Für $a = b = 1$ in Aufgabe 4.1 entsteht $2^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}$. **12/4/2/2**

(b) Für $a = -1$ und $b = 1$ in Aufgabe 4.1 erhält man $0 = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \cdot \binom{n}{i}$.

Lösung zu Aufgabe 4.2 Der Beweis erfolgt mit Hilfe des binomischen Satzes (vgl. Aufgabe 4.1). **12/4/2/3**

(a) Setzt man dort $a = b = 1$, so gilt:

$$(1+1)^n = 2^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} 1^i 1^{n-i} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}; \quad \text{also} \quad \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n.$$

(b) Für $a = -1$ und $b = 1$ gilt:

$$(-1+1)^n = 0 = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} (-1)^i 1^{n-i} = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i}; \quad \text{also} \quad \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i} = 0.$$