Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.7 Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten folgender Reihen: **12/4/7/1**

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{\sqrt{n(n+1)}}$ mit $a > 1$,

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^2}{(n+1)3^n}$, (d) $\sum_{n=1}^{\infty} n^k \cdot a^n$ mit $k \in \mathbb{N}$ und $0 < a < 1$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.7 Es seien $a_n, \ldots, d_n$ die jeweils n-ten Summanden der Reihen (a) - (d). **12/4/7/2**

(a) Es ist $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| \to \frac{2}{\mathrm{e}} < 1$. Nach dem Quotientenkriterium ist $\sum a_n$ absolut konvergent.

(b) Für $a := 1 + c$ und $c > 0$ ist $b_n \geq \frac{n(n-1)}{n+1} \cdot \frac{c^2}{2} \to \infty$. Die Folge (b_n) ist nicht beschränkt und $\sum b_n$ nicht konvergent.

(c) $|\frac{c_{n+1}}{c_n}| \leq \frac{3}{4}$ für $n \geq 2$. Nach dem Quotientenkriterium ist $\sum c_n$ absolut konvergent.

(d) $|\frac{d_{n+1}}{d_n}| \leq a < 1$; folglich ist $\sum d_n$ nach dem Quotientenkriterium absolut konvergent.