Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.8 Zeigen Sie, daß **12/4/8/1**

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2}$,

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4}$; $\quad\big[$Hinweis: $S_n = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4\cdot 3^n}\big]$.

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} = 3$; $\quad\big[$Hinweis: $S_n = 3 - \frac{2n+3}{2^n}\big]$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.8 Es seien a_n, b_n, c_n die jeweils n-ten Summanden der Reihen (a) - (c). **12/4/8/2**

(a) Es ist $a_n = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}$ und die n-te Partialsumme $S_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+3)}$, also $\sum a_n = \frac{1}{2}$.

(b) Für $S_n = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4\cdot 3^n}$ (induktiv zu beweisen) gilt offenbar: $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{3^i} = \frac{3}{4}$.

(c) Für $S_n = 3 - \frac{2n+3}{2^n}$ (induktiv zu beweisen) gilt offenbar: $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i-1}{2^i} = 3$.