Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.10 Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz: **12/4/10/1**

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n-1}$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$,

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8n+9)^2}$, (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^s}$ für $s \in \mathbb{Q}$.

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$,

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.10 Es seien $a_n, \ldots, e_n$ die n-ten Summanden der Reihen (a) - (e). **12/4/10/2**

(a) $\sum \frac{1}{6n}$ ist eine divergente Minorante von $\sum a_n$; folglich ist $\sum a_n$ divergent.

(b) $\sum \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{n(n+1)}$ ist eine konvergente Majorante von $\sum b_n$; folglich ist $\sum b_n$ absolut konvergent.

(c) $\sum \frac{1}{n+1}$ ist eine divergente Minorante von $\sum c_n$; folglich ist $\sum c_n$ divergent.

(d) $\sum d_n$ ist alternierend und (d_n) eine streng monoton fallende Nullfolge. Nach dem Leibniz-Kriterium ist $\sum d_n$ konvergent.

(e) Sei $s = \pm\frac{k}{m}$, $k, n \in \mathbb{N}$ und $m > 0$.
Für $s = 0$ ist $\sum e_n$ divergent.
Für $s = \frac{k}{m}$ ist $\sum e_n$ nach dem Leibniz-Kriterium konvergent.
Für $s = -\frac{k}{m}$ ist (e_n) keine Nullfolge und somit $\sum e_n$ nicht konvergent.