# Kapitel 12
# Aufgabensammlung

## 12.4 Unendliche Reihen

**4.18** Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen: **12/4/18/1**

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}$, (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n}$, (c) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} z^n$.

**Lösungshinweis zu Aufgabe 4.18** Es seien $\varrho_a, \varrho_b, \varrho_c$ die Konvergenzradien der Reihen (a) - (c). **12/4/18/2**

(a) $\varrho_a = 1$.

(b) $\varrho_b = 2$.

(c) $\varrho_c = \frac{1}{4}$.

**Lösung zu Aufgabe 4.18** **12/4/18/3**

(a) Es ist $\overline{\lim} \sqrt[n]{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}^{\,2}} = 1$.

Folglich ist $\frac{1}{l} = 1$ der Konvergenzradius der betrachteten Reihe.

(b) Es ist $\overline{\lim} \sqrt[n]{\frac{1}{2^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{2^n}} = \frac{1}{2}$.

Somit ist $\frac{1}{l} = 2$ der Konvergenzradius der Reihe.

(c) Es sei $a_n := \binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{n!n!}$. Folglich ist

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \frac{(2n+2)! \cdot n! \cdot n!}{(n+1)! \cdot (n+1)! \cdot (2n)!} = 2 \cdot \frac{2n+1}{n+1} = 2 \cdot \frac{2+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} 4.$$

Somit ist $\frac{1}{4}$ der Konvergenzradius der Reihe.