

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.22 Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und formulieren Sie das jeweils benutzte Konvergenzkriterium:

12/4/22/1

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}, & \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2}, \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^3+3}, & \text{(d)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n+3}. \end{array}$$

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.22 Es seien a_n, \dots, d_n die n -ten Summanden der Reihen (a) - (d). 12/4/22/2

- (a) Das Quotientenkriterium liefert $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| \geq 1$, folglich ist $\sum a_n$ divergent.
- (b) $\sum \frac{1}{n^2}$ ist eine konvergente Majorante von $\sum b_n$, folglich ist $\sum b_n$ absolut konvergent.
- (c) $\sum \frac{1}{n}$ ist eine divergente Minorante von $\sum c_n$, folglich ist $\sum c_n$ divergent.
- (d) Die Folge $(|d_n|)$ ist streng monoton fallend; folglich ist $\sum d_n$ nach dem Leibniz-Kriterium konvergent.