

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.23 Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und formulieren Sie das jeweils benutzte Konvergenzkriterium: 12/4/23/1

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n^2}, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^2}{(n+1)3^n}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right).$$

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.23 Es seien a_n, \dots, c_n die n -ten Summanden der Reihen (a) - (c). 12/4/23/2

- (a) $\sum \frac{1}{n}$ ist eine divergente Minorante von $\sum a_n$; folglich ist $\sum a_n$ divergent.
- (b) Es ist $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| \leq \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{n})^2 \leq \frac{3}{4}$, folglich ist $\sum b_n$ nach dem Quotientenkriterium absolut konvergent.
- (c) Die Folge $(|c_n|)$ ist streng monoton fallend, folglich ist $\sum c_n$ nach dem Leibniz-Kriterium konvergent.