

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.4 Unendliche Reihen

4.25 Untersuchen Sie die folgenden Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ auf Konvergenz:

12/4/25/1

(a) $a_n = \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}},$

(b) $a_n = (-1)^n \frac{1}{an+b}, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a, b > 0,$

(c) $a_n = \left(a + \frac{1}{n}\right)^n, \quad a \in \mathbb{R}.$

Formulieren Sie das jeweils benutzte Konvergenzkriterium.

Lösungshinweis zu Aufgabe 4.25 (a) $\sum \frac{1}{n}$ ist eine divergente Majorante der Ausgangsreihe. Folglich ist diese divergent. 12/4/25/2

- (b) Die Folge $(|a_n|)$ ist streng monoton fallend. Nach dem Leibniz-Kriterium ist die Ausgangsreihe konvergent.
- (c) Nach dem Wurzelkriterium ist die Reihe für $|a| < 1$ absolut konvergent und für $|a| > 1$ divergent. Für $|a| = 1$ ist (a_n) keine Nullfolge, folglich ist die Reihe nicht konvergent.