

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.5 Reelle Funktionen; Stetigkeit

5.1 Zeigen Sie mit Hilfe der ε - δ -Abschätzung, daß die Funktionen \sqrt{x} und $f \cdot g$ stetig sind, falls f und g stetig sind. 12/5/1/1

Lösungshinweis zu Aufgabe 5.1 Für \sqrt{x} an der Stelle $a = 0$ leistet $\delta := \varepsilon^2$ das Verlangte. Für $a > 0$ leistet $\delta := \sqrt{a} \cdot \varepsilon$ das Verlangte. 12/5/1/2

Sei $0 < \varepsilon < 1$ und $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{2(1+|g(a)|)}$, $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{2(1+|f(a)|)}$. Aufgrund der Stetigkeit von f bzw. g existieren für $\varepsilon_1 > 0$ bzw. $\varepsilon_2 > 0$ entsprechende $\delta_1 > 0$ bzw. $\delta_2 > 0$. Wählt man $\delta := \min\{\delta_1, \delta_2\}$, so ist für $|x - a| < \delta$ auch $|(f \cdot g)(x) - (f \cdot g)(a)| < \varepsilon$.