

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.6 Der n-dimensionale ... Raum ...

6.1 Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ auf Stetigkeit an der Stelle $(0, 0)$, **12/6/1/1** wobei:

$$(a) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^3}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Lösungshinweis zu Aufgabe 6.1 (a) Für eine Nullfolge (x_i, x_i) mit $x_i \neq 0$ ist **12/6/1/2**
 $f(x_i, x_i) = \frac{1}{2} \neq f(0, 0)$.

Damit ist f in $(0, 0)$ nicht stetig.

(b) Für $|x|, |y| \leq 1$ ist $x^2 \cdot y^2 \leq x^2 \leq x^2 + y^2$ und somit $\frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \leq 1$.

Daraus folgt die Stetigkeit von f in $(0, 0)$.