

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.6 Der n-dimensionale ... Raum ...

6.2 Zeigen Sie: Ist (\bar{x}_i) eine Folge in \mathbb{R}^n , $\bar{x}_i = (x_{1i}, \dots, x_{ni})$, und $\bar{a} = (a_1, \dots, a_n)$, **12/6/2/1**
dann gilt:

(\bar{x}_i) konvergiert gegen \bar{a} gdw (x_{ki}) gegen a_k konvergiert, $k = 1, \dots, n$.

Lösung zu Aufgabe 6.2 Es sei $(\bar{x}_i) = (x_{1i}, \dots, x_{ni})$ und $\bar{a} = (a_1, \dots, a_n)$. **12/6/2/3**

(\leftarrow) Sei $\varepsilon > 0$ und $x_{ik} \rightarrow a_k$ für $k = 1, \dots, n$.

Nach Definition der Konvergenz existieren m_k , so daß für jedes $i \geq m_k$ gilt:

$$|x_{ik} - a_k| < \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}}; \text{ also } (x_{ik} - a_k)^2 < \frac{\varepsilon^2}{n}.$$

Folglich ist $|\bar{x}_i - \bar{a}| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - a_k)^2} < \varepsilon$ für $i \geq \max\{m_1, \dots, m_n\}$.

(\rightarrow) Sei $\varepsilon > 0$ und $\bar{x}_i \rightarrow \bar{a}$. Für fast alle i gilt dann:

$$|\bar{x}_i - \bar{a}| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - a_k)^2} < \varepsilon, \text{ also erst recht } \sqrt{(x_{ik} - a_k)^2} = |x_{ik} - a_k| < \varepsilon$$

für $k = 1, \dots, n$. Somit gilt: $x_{ik} \rightarrow a_k$.