# Kapitel 12
# Aufgabensammlung

## 12.6 Der n-dimensionale ... Raum ...

**6.2** Zeigen Sie: Ist $(\overline{x}_i)$ eine Folge in $\mathbb{R}^n$, $\overline{x}_i = (x_{1i}, \ldots, x_{ni})$, und $\overline{a} = (a_1, \ldots, a_n)$, dann gilt:
$(\overline{x}_i)$ konvergiert gegen $\overline{a}$ gdw $(x_{ki})$ gegen $a_k$ konvergiert, $k = 1, \ldots, n$. **12/6/2/1**

**Lösungshinweis zu Aufgabe 6.2** Beweis durch einfache Abschätzungen. **12/6/2/2**

**Lösung zu Aufgabe 6.2** Es sei $(\overline{x}_i) = (x_{1i}, \ldots x_{ni})$ und $\overline{a} = (a_1, \ldots, a_n)$. **12/6/2/3**

$(\longleftarrow)$ Sei $\varepsilon > 0$ und $x_{ik} \to a_k$ für $k = 1, \ldots, n$.
Nach Definition der Konvergenz existieren $m_k$, so daß für jedes $i \geq m_k$ gilt:
$|x_{ik} - a_k| < \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}}$; also $(x_{ik} - a_k)^2 < \frac{\varepsilon^2}{n}$.

Folglich ist $|\overline{x}_i - \overline{a}| = \sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n} (x_{ik} - a_k)^2} < \varepsilon$ für $i \geq \max\{m_1, \ldots, m_k\}$.

$(\longrightarrow)$ Sei $\varepsilon > 0$ und $\overline{x}_i \to \overline{a}$. Für fast alle $i$ gilt dann:

$|\overline{x}_i - \overline{a}| = \sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n} (x_{ik} - a_k)^2} < \varepsilon$, also erst recht $\sqrt{(x_{ik} - a_k)^2} = |x_{ik} - a_k| < \varepsilon$
für $k = 1, \ldots, n$. Somit gilt: $x_{ik} \to a_k$.