

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.6 Der n-dimensionale ... Raum ...

**6.3** Es sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeigen Sie:

12/6/3/1

$$(a) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{für } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 1 & \text{für } x = y = 0 \end{cases}$$

ist in  $(0, 0)$  nicht stetig.

$$(b) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin(xy) & \text{für } x \neq 0, \\ y & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

ist in jedem Punkt  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  stetig.

[Man benutze die Ungleichung:  $|\sin x| \leq |x| \leq |\tan x|$  für „kleine“  $x$ .]

**Lösungshinweis zu Aufgabe 6.3** (a) Die Untersuchung des Grenzwertes für  $x = 0$ ,  $y \neq 0$  und  $y \rightarrow 0$  liefert die

Unstetigkeit von  $f$  in  $(0, 0)$ .

(b) Mit dem Hinweis und einer geeigneten Fallunterscheidung für  $a, b$  ist der Beweis leicht zu führen.