

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.6 Der n-dimensionale ... Raum ...

6.5 Es sei M die Menge aller Folgen $t = (t_0, t_1, t_2, \dots)$ aus Nullen und Einsen. 12/6/5/1
Für $s = (s_0, s_1, s_2, \dots)$ und $t = (t_0, t_1, t_2, \dots)$ aus M sei

$$\varrho(s, t) := \sum_{i=0}^{\infty} \frac{|s_i - t_i|}{2^i}. \quad (\star)$$

Die Abbildung $f : M \rightarrow M$ sei definiert durch $f((t_0, t_1, t_2, \dots)) = (t_1, t_2, t_3, \dots)$.

- (a) Zeigen Sie, daß die Reihe (\star) konvergiert und ϱ eine Metrik auf M ist.
- (b) Berechnen Sie den Abstand von $s = (0, 0, 0, \dots)$ und $t = (0, 1, 0, 1, \dots)$.
- (c) Zeigen Sie
 - i. Wenn $s_i = t_i$ für $i = 0, \dots, n$, so $\varrho(s, t) \leq \frac{1}{2^n}$.
 - ii. Wenn $n \geq 1$ und $\varrho(s, t) \leq \frac{1}{2^n}$, so $s_i = t_i$ für $i = 0, \dots, n - 1$.
- (d) Untersuchen Sie, ob die Abbildung f stetig ist.