

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.6 Der n-dimensionale ... Raum ...

**6.16** Es sei  $M = \{x : 0 \leq x \leq 1\} \subseteq \mathbb{R}$  und  $\mathcal{U}$  ein System von Teilmengen von  $\mathbb{R}$ , 12/6/16/1  
so daß  $\mathcal{U} = \{U(x) : U(x) = \left(\frac{x}{2}, \frac{3x}{2}\right) \text{ und } 0 < x < 1\} \cup \{U_\varepsilon(0)\}$ , wobei  $\varepsilon > 0$   
beliebig.

- (a) Zeigen Sie, daß  $\mathcal{U}$  eine Überdeckung von  $M$  ist und wählen Sie ein endliches Teilsystem  $\mathcal{U}_0$  von  $\mathcal{U}$  aus, durch das  $M$  bereits überdeckt wird.
- (b) Zeigen Sie, daß  $\mathcal{U}' = \{U(x) : U(x) = \left(\frac{x}{2}, \frac{3x}{2}\right) \text{ und } 0 < x < 1\}$  eine Überdeckung von  $M' = \{x : 0 < x < 1\}$  ist und daß es kein endliches Teilsystem  $\mathcal{U}'_0 \subseteq \mathcal{U}'$  gibt, so daß  $M'$  durch  $\mathcal{U}'_0$  überdeckt wird.

**Lösungshinweis zu Aufgabe 6.16** (a) Sei  $a_0 > 0$  und  $\frac{a_0}{2} < \varepsilon$ . Weiterhin sei  $k \in \mathbb{N}$  12/6/16/2  
mit  $ka_0 \geq 1$ . Dann ist

$U_0 := \{U_\varepsilon(0), U(a_0), \dots, U(ka_0)\}$  ein überdeckendes endliches Teilsystem von  $\mathcal{U}$ .

- (b) Der Beweis erfolgt leicht indirekt.