

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

- 7.11 (a) Für welchen Wert von a schneidet die Kurve $y = f(x) = \frac{ax - x^3}{4}$ die x -Achse unter einem Winkel von 45° ? 12/7/11/1
- (b) Man bestimme die zu der Geraden $y = x$ parallele Tangente an der Parabel $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{3}$.
- (c) Man gebe die Gleichung der zur x -Achse parallel verlaufenden Tangente an der Funktion $f(x) = e^x + e^{-x}$ an.

Lösung zu Aufgabe 7.11

12/7/11/3

- (a) Wir berechnen zunächst die Schnittpunkte von f mit der x -Achse. Dazu setzen wir $f(x) = \frac{1}{4}x(a - x^2) = 0$. Folglich ist $x = 0$ eine Lösung, und für $a > 0$ sind $x = \pm\sqrt{a}$ weitere Lösungen. Der Anstieg von f an einer Stelle c ist gegeben durch $f'(c) = \frac{1}{4}(a - 3c^2)$. Jetzt wird überprüft, ob es ein a gibt, so daß $f'(c) = 1$ an den Stellen $c = 0$ (für beliebiges a) und $c = \pm\sqrt{a}$ (für $a > 0$).
- Für $c = 0$ ist $f'(c) = \frac{1}{4}a = 1 \iff a = 4$.
- Für $c = \pm\sqrt{a}$ und $a > 0$ ist $f'(x) = \frac{1}{4}(a - 3a) = -\frac{1}{2}a = 1 \iff a = -2$. Dies widerspricht der Bedingung $a > 0$. Für $a = 4$ schneidet die Funktion f die x -Achse an der Stelle 0 im Winkel von 45° .
- (b) Wir suchen eine Stelle c , an der der Anstieg der Parabel $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 3x + 3)$ den Wert 1 annimmt.
- $$f'(c) = \frac{1}{3}(2c - 3) = 1 \iff c = 3.$$
- Folglich ist die Tangente gegeben durch
- $$t(x) = f'(3)(x - 3) + f(3) = x - 2.$$
- (c) Wir suchen eine Stelle c , an der der Anstieg von $f'(x) = e^x - e^{-x}$ den Wert 0 annimmt.
- $$f'(c) = e^c - e^{-c} = 0 \iff 2c = \ln 1 = 0 = \iff c = 0.$$
- Die Tangente ist somit gegeben durch
- $$t(x) = f'(0)(x - 0) + f(0) = 2.$$