Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.13 Es sei $f(x)$ n-mal differenzierbar und $g(x) = x \cdot f(x)$. **12/7/13/1**
Zeigen Sie, daß $g^{(n)}(x) = n \cdot f^{(n-1)}(x) + x \cdot f^{(n)}(x)$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.13 Den Beweis führt man leicht induktiv über n. **12/7/13/2**

Lösung zu Aufgabe 7.13 Den Beweis führt man sehr leicht induktiv über n. **12/7/13/3**

Sei $n = 1$; dann ist $g'(x) = f(x) + xf'(x)$.

Für n gelte die Behauptung bereits. Dann ist:

$$\begin{aligned} g^{(n+1)}(x) &= [g^{(n)}]'(x) = n \cdot [f^{(n-1)}]'(x) + f^{(n)}(x) + x \cdot [f^{(n)}]'(x) \\ &= (n+1) \cdot f^{(n)}(x) + x \cdot f^{(n+1)}(x). \end{aligned}$$