

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.17 Zeigen Sie mit Hilfe des 1. Mittelwertsatzes (der Differentialrechnung):

12/7/17/1

- (a) Für jedes  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:  $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ ,
- (b) Für jedes  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:  $|\arctan x - \arctan y| \leq |x - y|$ ,
- (c) Für  $x > 0$  gilt:  $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$ .

**Lösungshinweis zu Aufgabe 7.17** Im Folgenden sei  $z$  eine (entsprechend des 1. Mittelwertsatzes) gewählte Stelle zwischen  $x$  und  $y$ .

12/7/17/2

- (a) Aus  $\frac{\sin x - \sin y}{x - y} = \cos z$  folgt die Behauptung.
- (b) Aus  $\frac{\arctan x - \arctan y}{x - y} = \frac{1}{1 + z^2}$  folgt die Behauptung.
- (c) Aus  $\frac{\ln(1+x) - \ln 1}{x} = \frac{1}{1+z}$  folgt die Behauptung.