Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.23 Untersuchen Sie das Konvexitätsverhalten der folgenden Funktionen: **12/7/24/1**

(a) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$,

(b) $f(x) = 2 + \sqrt[3]{x-4}$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.23 Mit Hilfe des Satzes 7/3/16 erhält man: **12/7/24/2**

(a) f ist in $[\frac{2}{3}, \infty)$ und in $(-\infty, 0]$ streng konvex von unten und in $[0, \frac{2}{3}]$ streng konvex von oben.

(b) f ist in $(-\infty, 4]$ streng konvex von unten und in $[4, \infty)$ streng konvex von oben.

Lösung zu Aufgabe 7.23 Wir benutzen den folgenden Satz (vgl. 7/3/16): **12/7/24/3**

Ist f in (a, b) zweimal differenzierbar und $f''(x) > 0$ (bzw. < 0) für alle $x \in (a, b)$, dann ist f in (a, b) streng konvex von unten (bzw. von oben).

(a) Es ist $f''(x) = 12x(3x - 2)$. Wenn $x > \frac{2}{3}$ oder $x < 0$, so $f''(x) > 0$. Folglich ist f in $[\frac{2}{3}, \infty)$ und in $(-\infty, 0]$ streng konvex von unten.
Wenn $0 < x < \frac{2}{3}$, so $f''(x) < 0$; somit ist f in $[0, \frac{2}{3}]$ streng konvex von oben.

(b) Es ist $f''(x) = -\frac{2}{3^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(x-4)^5}}$. Wenn $x < 4$, so $f''(x) > 0$. Folglich ist f in $(-\infty, 4]$ streng konvex von unten. Wenn $x > 4$, so $f''(x) < 0$; also f in $[4, \infty)$ streng konvex von oben.