

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.25 Führen Sie für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion durch:

12/7/26/1

(a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$,

(b) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.25 (a) $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ und $f(x) = 0 \iff x = 0$. 12/7/26/2

f ist in $(-\infty, -1)$ und in $(-1, \infty)$ streng monoton wachsend.

f ist in $(-\infty, -1)$ streng konvex von unten und in $(-1, \infty)$ streng konvex von oben.

f besitzt kein lokales Extremum und keinen Wendepunkt.

f besitzt in $x = -1$ eine Unendlichkeitsstelle.

Es ist $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = \infty$ und $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$.

Weiterhin ist $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$.

(b) $D(f) = \mathbb{R}$ und $f(x) = 0 \iff x = 0$.

f ist in $(-\infty, 0]$ streng monoton fallend und in $[0, \infty)$ streng monoton wachsend.

f ist in $(-\infty, -1]$ und in $[-1, \infty)$ streng konvex von oben und in $[-1, 1]$ streng konvex von unten.

$x = 0$ ist die einzige kritische Stelle; f besitzt dort ein lokales Minimum der Größe $f(0) = 0$.

f besitzt an den Stellen $x = \pm 1$ Wendepunkte mit den Koordinaten $(-1, \ln 2)$ bzw. $(1, \ln 2)$.

Es ist $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.