Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.32 Mit Hilfe der Regeln von de l'Hospital bestimme man folgende Grenzwerte: **12/7/33/1**

(a) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} (\sin x)^x$,

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x - a^{-x}}{1 - x - \log_a(a-x)}$,

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x + b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$,

(d) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x)\cdot \tan x$,

(e) $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x<a}} \dfrac{\arcsin\sqrt{\frac{a^2-x^2}{a}}}{\sqrt{a^2-x^2}}$ $(a>0)$,

(f) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.32 (a) $\lim\limits_{\substack{x\to x\\ x>0}} (\sin x)^x = \mathrm{e}^0 = 1$. **12/7/33/2**

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x - a^{-x}}{1 - x - \log_a(a-x)} = \dfrac{2a\cdot(\ln a)^2}{1 - a\cdot \ln a}$ $(\ln a \neq \frac{1}{a})$.

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x + b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}(\ln a + \ln b)} = \sqrt{a\cdot b}$.

(d) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x)\cdot \tan x = \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\sin x} = 0$.

(e) $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x<a}} \dfrac{\arcsin\sqrt{\frac{a^2-x^2}{a}}}{\sqrt{a^2-x^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{a}}$.

(f) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x} = \mathrm{e}^0 = 1$.