

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

**7.25** Führen Sie für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion durch:

12/7/26/1

(a)  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ,

(b)  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ .

**Lösung zu Aufgabe 7.25** Nach Voraussetzung ist  $f$  in  $I$  differenzierbar und  $m \leq f'(x) \leq M$  für alle  $x \in I$ . Seien  $x, y \in I$  mit  $x \neq y$ . Der Anstieg der Sekante (bezüglich  $x, y$ ) ist gegeben durch  $\frac{f(x) - f(y)}{x - y}$ . Aufgrund des 1. Mittelwertsatzes der Differentialrechnung gibt es ein  $z$  zwischen  $x$  und  $y$ , so daß  $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = f'(z)$ . Folglich gilt auch

$$m \leq f'(z) = \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \leq M \quad \text{für alle } x, y \in I, x \neq y.$$