Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.35 Beweisen Sie die folgende Aussage („Schrankensatz“): **12/7/36/1**
Es sei f in einem Intervall I differenzierbar; es sei m eine untere und M eine obere Schranke für den Anstieg einer beliebigen Tangente an f in I. Dann liegt auch der Anstieg einer beliebigen Sekante in I zwischen m und M.

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.35 Den Beweis führt man leicht mit Hilfe des 1. Mittelwertsatzes der Differentialrechnung. **12/7/36/2**

Lösung zu Aufgabe 7.25 Nach Voraussetzung ist f in I differenzierbar und $m \leq f'(x) \leq M$ für alle $x \in I$. Seien $x, y \in I$ mit $x \neq y$. Der Anstieg der Sekante (bezüglich x, y) ist gegeben durch $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}$. Aufgrund des 1. Mittelwertsatzes der Differentialrechnung gibt es ein z zwischen x und y, so daß $\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = f'(z)$. Folglich gilt auch **12/7/36/3**

$$m \leq f'(z) = \frac{f(x)-f(y)}{x-y} \leq M \quad \text{für alle } x, y \in I,\ x \neq y.$$

7.25 Führen Sie für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion durch: **12/7/26/1**

(a) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$,

(b) $f(x) = \ln(x^2+1)$.