

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.36 Das Maximum einer in einem Intervall $I = [a, b]$ definierten Funktion f könnte man näherungsweise wie folgt bestimmen: 12/7/37/1

Man unterteilt I in gleich lange Teilintervalle, berechnet die Funktionswerte an allen Teilungspunkten und sucht sich den größten Funktionswert heraus.

- (a) Es sei nun f in I differenzierbar und $|f'(x)| < c$ für alle $x \in I$. Man schätze den Fehler ab, den man bei der oben beschriebenen Methode begeht.
- (b) Wie fein müßte man bei der Berechnung des Maximums der Funktion f mit $f(x) = \sin(\ln x) + \cos 3x$ im Intervall $[\pi, 2\pi]$ die Unterteilung wählen, um sicher zu sein, daß das berechnete Maximum höchstens um 0,01 vom tatsächlichen abweicht?

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.36 (a) Der Fehler beträgt höchstens $c \cdot \frac{b-a}{n}$. 12/7/37/2

- (b) Wählt man $a = a_0 < a_1 < \dots < a_n = b$ mit $a_{i+1} = \frac{b-a}{n} \cdot (i+1)$ und $0 \leq i < n$, dann leistet $n = 1048$ das Verlangte.