

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.38 Welche positive Zahl ergibt bei Addition ihrer Reziproken die kleinste Summe? 12/7/39/1

Lösung zu Aufgabe 7.38 Sei $f(x) = x + \frac{1}{x}$ mit $x > 0$. Wir suchen ein globales Minimum von f in $(0, \infty)$. Dazu untersuchen wir f auf lokale Extrema und bilden die Ableitungen von f : 12/7/39/3

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \quad \text{und} \quad f''(x) = \frac{2}{x^3}.$$

Es ist

$$f'(x) = 0 \iff x = \pm 1 \quad \text{und} \quad f''(1) = 2 > 0, \quad f''(-1) = -2 < 0.$$

Folglich besitzt f an der Stelle $x = 1$ ein lokales Minimum, welches gleichzeitig globales Minimum von f ist (die Randpunkte von $D(f)$ gehören nicht zu $D(f)$).