

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

7.43 n und k seien gegebene ganze Zahlen. Für welche Werte von n und k läßt sich n in eine Summe von zwei ganzen Zahlen x, y zerlegen, so daß bezüglich aller Zerlegungen $n = x + y$ der Ausdruck $x^k + y^k$ einen möglichst kleinen Wert besitzt? 12/7/44/1

Lösungshinweis zu Aufgabe 7.43 Sei $n = x + y$, also $y = n - x$. 12/7/45/2

1. Fall: $n = 0$. Für $k = 0$ realisiert jedes $x \neq 0$ das globale Minimum.

Sei jetzt $k \neq 0$. Für gerade k realisiert $x = y = 0$ und für ungerade k jede Zerlegung das globale Minimum.

2. Fall: $n \neq 0$. Für $k \in \{0, 1\}$ realisiert jede Zerlegung $n = x + y$ mit $x, y \neq 0$ das globale Minimum.

Für $k \notin \{0, 1\}$ und gerade n realisiert $x = y = \frac{n}{2}$ das globale Minimum.

Für ungerade n existiert keine Lösung.