

## Kapitel 12 Aufgabensammlung

### 12.7 Differentialrechnung (1 Veränderliche)

**7.46** Beim Kugelstoßen ist die Wurfweite

12/7/47/1

$$w(\alpha) = \frac{v^2}{g} \cdot \cos \alpha \left( \sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{2gh}{v^2}} \right).$$

Dabei ist  $\alpha$  der Abwurfwinkel,  $v$  die Abwurfgeschwindigkeit,  $h$  die Abwurfhöhe (sie beträgt etwa  $\frac{6}{5}$  der Körperhöhe).

Für welchen Winkel  $\alpha$  ist die Wurfweite am größten?

Zahlenbeispiel:  $h = 2 \text{ m}$ ,  $v = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Lösungshinweis zu Aufgabe 7.46** Es ist  $w'(\alpha) = 0 \iff \alpha = \arcsin \left( \pm \frac{1}{\sqrt{2+a}} \right)$ . 12/7/47/2

Der negative Wert scheidet aus praktischen Gründen aus.

$$w''(\alpha) = b \cdot \left[ \underbrace{-2 \sin \alpha \left( \cos \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2 \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha + a}} \right)}_{:=S_1} + \right. \\ \left. \underbrace{\cos \alpha}_{:=r} \left( \underbrace{-2 \sin \alpha - \sqrt{\sin^2 \alpha + a}}_{:=S_2} + \underbrace{\frac{\cos 2\alpha \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha + a} - \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha + a}}}{\sin^2 \alpha + a}}_{:=S_3} \right) \right].$$

Man zeigt:  $w''(\alpha) < 0$ ; folglich besitzt  $f$  an der Stelle  $\alpha \approx 0,6561$  oder  $\alpha \approx 41^\circ$  ein (globales) Maximum. (Die Lösung der Aufgabe ist technisch recht aufwendig.)