Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.8 Differentialrechnung (mehrere Veränderliche)

8.10 Es sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, M eine offene Teilmenge von $\mathbb{R}^n$ und f in M definiert. **12/8/10/1**
Weiterhin besitze f in jedem Punkt aus M partielle Ableitungen nach allen Variablen $x_1, \ldots, x_n$.
Zeigen Sie: Ist $\overline{a} \in M$ und sind alle partiellen Ableitungen in einer Umgebung von $\overline{a}$ beschränkt, dann ist f in $\overline{a}$ stetig.

Lösungshinweis zu Aufgabe 8.10 Für $\overline{x}_i = (x_1, \ldots, x_i, a_{i+1}, \ldots, a_n)$; $i = 0, \ldots, n$, **12/8/10/2**
also $\overline{x}_0 = (a_1, \ldots, a_n) := \overline{a}$ und $\overline{x}_n = (x_1, \ldots, x_n) := \overline{x}$ schätze man die folgende Summe ab:

$$|f(\overline{x}) - f(\overline{a})| =$$
$$|f(\overline{x}_n) - f(\overline{x}_{n-1}) + f(\overline{x}_{n-1}) - f(\overline{x}_{n-2}) + f(\overline{x}_{n-2}) - \ldots - f(\overline{x}_1) + f(\overline{x}_1) - f(\overline{x}_0)|$$
$$\leq |f(\overline{x}_n) - f(\overline{x}_{n-1})| + |f(\overline{x}_{n-1}) - f(\overline{x}_{n-2})| + \ldots + |f(\overline{x}_1) - f(\overline{x}_0)|.$$

Damit erhält man schließlich die Behauptung.