

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.9 Integralrechnung (1 Veränderliche)

9.7 Es seien f, g in dem Intervall $[a, b]$ stetig und es sei $f(x) \leq g(x)$ für jedes $x \in [a, b]$. 12/9/7/1

Gibt es ein $c \in [a, b]$, so daß $f(c) < g(c)$, dann ist $\int_a^b f(x) dx < \int_a^b g(x) dx$.

Lösung zu Aufgabe 9.7 Nach Voraussetzung ist $h(x) := g(x) - f(x) \geq 0$ für jedes $x \in [a, b]$ und $h(c) > 0$. Analog wie im Beweis von Aufgabe 9.5 ist dann $\int_a^b h(x) dx > 0$ 12/9/7/3

und somit

$$0 < \int_a^b h(x) dx = \int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx, \quad \text{also}$$

$$\int_a^b f(x) dx < \int_a^b g(x) dx.$$