

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.9 Integralrechnung (1 Veränderliche)

9.11 Es sei $f(x) = \begin{cases} 5 \sin x + 3x & \text{für } x \leq 1, \\ x^{-1} + 3x^2 & \text{für } x > 1. \end{cases}$ Man berechne $\int_{-2}^5 f(x) dx$. 12/9/11/1

Lösungshinweis zu Aufgabe 9.11 $\int_{-2}^5 f(x) dx = 118 + \frac{3}{2} + 5(\cos 2 - \cos 1) + \ln 5 \approx 116,327$ 12/9/11/2

Lösung zu Aufgabe 9.11 Aus dem Beweis von Satz 9.11 (vgl. 9/4/3) ergibt sich unmittelbar, daß eine integrierbare Funktion nach (endlicher) Abänderung an einer Stelle integrierbar bleibt und daß sich der Wert des Integrals nicht ändert. Folglich gilt: 12/9/11/3

$$\begin{aligned} \int_{-2}^5 f(x) dx &= \int_{-2}^1 (5 \sin x + 3x) dx + \int_1^5 \left(\frac{1}{x} + 3x^2\right) dx \\ &= \left[-5 \cos x + \frac{3}{2}x^2\right]_{-2}^1 + \left[\ln x + x^3\right]_1^5 \\ &= -5 \cos 1 + \frac{3}{2} + 5 \cos 2 - 6 + \ln 5 + 125 - 1 \\ &= 118 + \frac{3}{2} + 5(\cos 2 - \cos 1) + \ln 5 \approx 116,327. \end{aligned}$$