

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.9 Integralrechnung (1 Veränderliche)

9.13 Es sei $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } x \in [-1, 0], \\ 1 & \text{für } x \in (0, 1]. \end{cases}$ 12/9/13/1

Zeigen Sie, daß f in $[-1, 1]$ bestimmt integrierbar ist dort aber keine Stammfunktion besitzt.

[Hinweis: Beweis indirekt; eine Stammfunktion müßte insbesondere an der Stelle 0 differenzierbar sein.]

Lösungshinweis zu Aufgabe 9.13 Für die Zerlegung $\mathfrak{z} = (-1, -\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, 1)$ von $[-1, 1]$ 12/9/13/2
ist $\overline{S}_f(\mathfrak{z}) - \underline{S}_f(\mathfrak{z}) < \frac{4}{n}$. Hieraus folgt die bestimmte Integrierbarkeit von f .

Eine Stammfunktion von f müßte an der Stelle 0 differenzierbar sein. Dies führt aber zum Widerspruch.