Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.9 Integralrechnung (1 Veränderliche)

9.18 Untersuchen Sie folgende uneigentliche Integrale auf Konvergenz: **12/9/18/1**

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$, (b) $\displaystyle\int_0^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$, (c) $\displaystyle\int_0^\pi \tan x\, dx$, (d) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{dx}{x^2}$,

(e) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+1}$, (f) $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x+1}$, (g) $\displaystyle\int_0^\infty \sin 3x\, dx$, (h) $\displaystyle\int_0^\infty x\mathrm{e}^{-x^2}\, dx$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 9.18 (a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{\substack{a\to 0\\ a>0}} \int_a^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2.$ **12/9/18/2**

(b) $\displaystyle\int_0^3 \frac{x^2\, dx}{\sqrt{9-x^2}} = \lim_{\substack{x\to b\\ b<3}} \int_0^b \frac{x^2\, dx}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{9\pi}{4}.$

(c) Das uneigentliche Integral konvergiert nicht.

(d) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{dx}{x^2} = \lim_{b\to\infty} \int_2^b \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2}.$

(e) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+1} = \lim_{b\to\infty} \int_0^b \frac{dx}{x^2+1} = \frac{\pi}{2}.$

(f) Das uneigentliche Integral konvergiert nicht.

(g) Das uneigentliche Integral konvergiert nicht.

(h) $\displaystyle\int_0^\infty x\cdot\mathrm{e}^{-x^2}\, dx = \lim_{b\to\infty} \int_0^b x\cdot\mathrm{e}^{-x^2}\, dx = \frac{1}{2}.$