

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.10 Integralrechnung ( $n$ Veränderliche)

10.1 Beweisen Sie den Satz 10.1:

12/10/1/1

Es sei  $D$  ein Rechteckbereich,  $f$  in  $D$  definiert und beschränkt und  $\bar{\mathfrak{z}}, \bar{\mathfrak{z}}', \bar{\mathfrak{z}}_1, \bar{\mathfrak{z}}_2$  seien beliebige Zerlegungen von  $D$ . Dann gilt:

(1)  $\underline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}) \leq \bar{S}_f(\bar{\mathfrak{z}})$ .

(2)  $D \cdot \inf_{\bar{x} \in D} f(\bar{x}) \leq \underline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}})$  und  $\bar{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}) \leq D \cdot \sup_{\bar{x} \in D} f(\bar{x})$ .

(3) Ist  $\bar{\mathfrak{z}}'$  eine Verfeinerung von  $\bar{\mathfrak{z}}$ , dann gilt:  $\underline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}) \leq \underline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}') \leq \bar{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}') \leq \bar{S}_f(\bar{\mathfrak{z}})$ .

(4) Es ist stets  $\underline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}_1) \leq \bar{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}_2)$ .

**Lösungshinweis zu Aufgabe 10.1** Man bilde „Rechteckzerlegungen“ von  $D$  und führe den Beweis analog wie für Funktionen mit einer Veränderlichen (9/2/7). 12/10/1/2