

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.10 Integralrechnung (n Veränderliche)

10.9 In dem Intervall $[0, 1]$ seien die Funktionen φ, ψ durch $\varphi(x) := x^2$ und $\psi(x) := \sqrt[4]{x}$ definiert. B sei der durch $B := \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, \varphi(x) \leq y \leq \psi(x)\}$ gegebene x -einfache Bereich. Weiterhin sei $f(x, y) = \sqrt{x} - y^2$. 12/10/9/1

(a) Berechnen Sie $\iint_B f(x, y) \, dx \, dy$.

(b) Stellen Sie B als y -einfachen Bereich dar, und berechnen Sie das Integral erneut, jedoch jetzt über dem y -einfachen Bereich B .

Lösungshinweis zu Aufgabe 10.9 (a) $\iint_B f(x, y) \, dx \, dy = \int_0^1 \left(\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} (\sqrt{x} - y^2) \, dy \right) dx = \frac{1}{7}$. 12/10/9/2

(b) Es ist $B = B_1 := \{(x, y) : \varphi_1(y) \leq x \leq \psi_1(y), 0 \leq y \leq 1\}$ mit $\varphi_1(y) = y^4$ und $\psi_1(y) = \sqrt{y}$ und somit

$$\iint_{B_1} f(x, y) \, dx \, dy = \int_0^1 \left(\int_{\varphi_1(y)}^{\psi_1(y)} f(x, y) \, dx \right) dy = \frac{1}{7}.$$